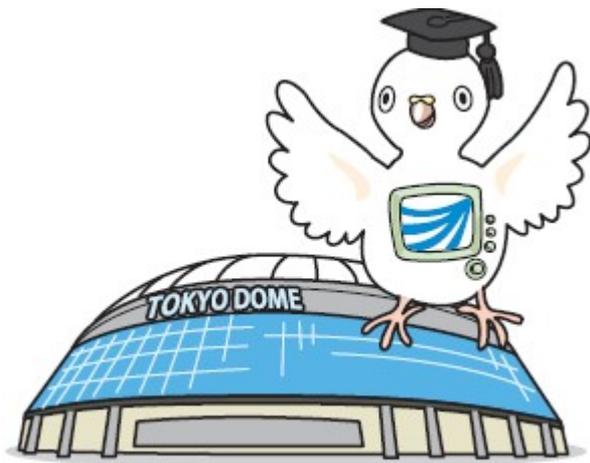


自然の基本法則を求めて ～素粒子のはなし、重力のはなし～

小又 志郎



2016年3月13日
科学サークル・学習支援
サークル合同講演会

お話の内容

- 「現状」・・・の背景について基礎的なこと
- そもそも物理学、素粒子物理学とは
- 基本法則・・・物と力
 - ▷ 物・・・素粒子
 - ▷ 力・・・4つの力
- 素粒子の標準理論
- さらなる統一・・・超弦？

自己紹介

小又 志郎(こまた しろう)

- 放送大学非常勤講師

面接授業「基礎からの数学物理学演習」など

- 専門: 数理物理、超弦理論(理学修士)
- 放送大学全科履修生(情報コース)
- 数物復習会(毎週、いまは線型代数)
- ギリシア語初歩勉強会(毎週)
- ラテン語読書会(毎週) その他

物理学とは

- 自然を理解する
- 理解する(わかる)
 - ▷ (なるべく少ない前提から)計算できる
- 計算の対象・・・森羅万象
 - ▷ 位置、速度、温度、電圧、... ・・・物理量
- 前提・・・自然法則(理論 \leftrightarrow 実験)
 - ▷ ニュートンの法則、オームの法則、...
- 自然法則のうちの基本・・・基本法則

素粒子物理学

- (広い意味で)基本法則の探究
 - ▷ どんな法則があるか
 - ▷ どうして成り立つか・・・より基本的な法則へ
- 物 → 分子、原子、原子核、核子、素粒子
- 力 → 重力、電磁力、弱い力、強い力

物は何からできているか

- 古代・中世・・・地水火風、木火土金水、...

例：古代ギリシア

- 原子論

- ▷ レウキッポス Λεύκιππος

- ▷ デモクリトス Δημόκριτος

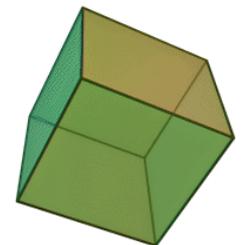
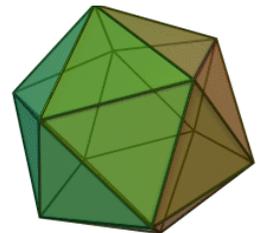
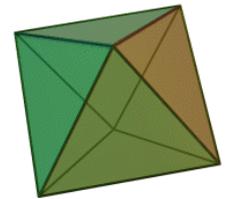
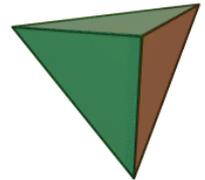
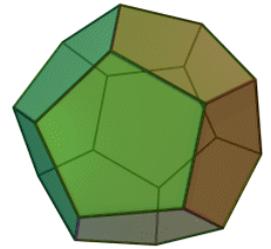
- 四元素説

- ▷ エンペドクレス Ἐμπεδοκλῆς

- ▷ プラトン Πλάτων

プラトンの四元素説

- 対話篇「ティマイオス」 Τίμαιος
- プラトン立体(正多面体)との対応
 - ▷ 正四面体 → 火
 - ▷ 正八面体 → 空気
 - ▷ 正二十面体 → 水
 - ▷ 正六面体 → 地
 - ▷ (正十二面体 → 宇宙)
- (幾何学的な)対称性 → 現代的！



近代科学

- 物(物質)の最小単位 → 分子
 - ▷ それ以上分けると、化学的性質が変わってしまう
- 分子の構成要素 → 原子(元素)
 - ▷ 化学の基本要素
 - このあたりまでは顕微鏡で見える($\sim 10^{-10}$ m)
 - ▷ メンデレエフ Менделеев の周期表
 - 元素:(人工元素を含めても)百種類程度
 - 原子番号 Z の順に並ぶ
 - 水素 H: $Z = 1$, ヘリウム He: $Z = 2$, ...

1 H																	2 He
3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
55 Cs	56 Ba	-71	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
87 Fr	88 Ra	-103	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Rg	112 Cn	113 Uut	114 Fl	115 Uup	116 Lv	117 Uus	118 Uuo

57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

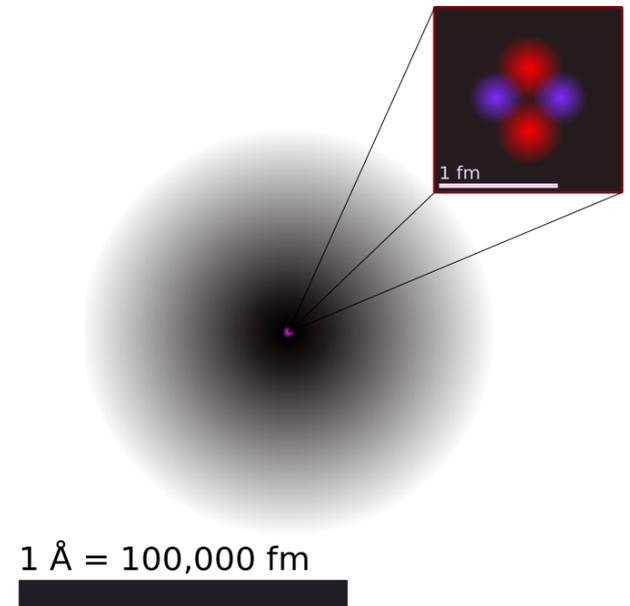
- Known in antiquity
- also known when (akw) Levoisier published his list of elements (1789)
- akw Mendeleev published his periodic table (1869)
- akw Deming published his periodic table (1923)
- akw Seaborg published his periodic table (1945)
- also known (ak) up to 2000
- ak to 2012

原子の内部

- 原子核と電子：電気力で結合
- 原子核
 - ▷ 電荷： $+Z$
 - ▷ 大きさ：原子の10万分の1 ($\sim 10^{-15}$ m)
例えば、リンゴ(直径 10 cm)の10万倍 = 10 km
- 電子： Z 個
 - ▷ 電荷：それぞれ $-e$
 - ▷ 大きさ：なし(点)・・・素粒子の1つ！

原子核の内部

- 陽子 (Z 個) と中性子: 核力で結合
- 陽子
 - ▷ 電荷: $+Z$
- 中性子
 - ▷ 電荷: ゼロ (電氣的に中性)
- まとめて「核子」という
- いずれも大きさはある
 - ▷ 原子核より少し小さい程度



核子の内部

- クォーク3個：「強い力」で結合
 - ▷ 陽子 = uud, 中性子 = udd
- u(アップ)クォーク
 - ▷ 電荷：+2/3
- d(ダウン)クォーク
 - ▷ 電荷：-1/3
- クォークはいずれも大きさなし・・・素粒子！

物の構成

- ここまでのまとめ

物 → 分子 → 原子

→ [電子・・・素粒子(レプトン)
原子核

→ 核子(陽子・中性子)

→ クォーク(u, d)・・・素粒子

物を構成する素粒子は、レプトンとクォーク。

見方の変遷(1)

- 古典力学：粒子 $(x(t), y(t), z(t))$

- ▷ 時間の函数：位置座標

- ▷ ニュートンの運動方程式

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F$$

- 量子力学：波

- ▷ 時間の函数：波動函数 $\psi(x, t)$

- ▷ 位置：演算子の期待値

$$\langle \hat{x} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*(x, t) x \psi(x, t) dx$$

見方の変遷(2)

- 量子力学：波動関数の時間発展
 - ▷ シュレーディンガー方程式(非相対論的)

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = H\psi(x, t)$$

- ▷ ディラック方程式(相対論的)

$$i\hbar \gamma^\mu \partial_\mu \psi(x) = mc\psi(x)$$

- 場の量子論：場の一元論

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_s (a_p^s u^s(p) e^{-ip \cdot x} + b_p^{s\dagger} v^s(p) e^{ip \cdot x})$$

「お話」より先に進むためには

- 大学前半の数学
 - ▷ 微積分、線型代数、フーリエ解析、複素解析、...
 - ▷ (リー群論の初歩もあると望ましい)
- 物理学の基本部分
 - ▷ 古典力学、電磁気学
 - ▷ (特殊)相対性理論、量子力学
 - ▷ 場の量子論
- これで約5年？(これらだけなら大幅に短縮)

力の種類

- 4種類(ゲージ粒子)
 - ▷ 重力: 重力場(重力子)
 - ニュートンの万有引力の法則
→ アインシュタインの一般相対性理論
 - ▷ 電磁力: 電磁場(光子)
 - マックスウェル方程式
 - ▷ 弱い力: (ウィークボソン W, Z)
 - 中性子 \rightarrow 陽子 + 電子 + ニュートリノ
 - ▷ 強い力: (グルーオン)
 - クォークを結びつける

統一理論

- 力の統一：異なる力を1つの理論で記述する
- 重力は異質
 - ▷ 量子論がうまくいかない
- 成功しているのは電磁力と弱い力の統一
 - ▷ ワインバーグ・サラム理論(電弱統一理論)
- 電弱 + 強い力 → 標準模型
- 大統一理論：電弱と強い力の統一
 - ▷ まだ不明(陽子崩壊が見つからない)

さらなる統一？

- 超弦理論：（物と力の）全部を統一する候補
 - ▷ 基本構成要素は粒子（0次元）ではなく弦（1次元）
 - ▷ もとの「弦理論」・・・物（フェルミオン）を扱えない
 - ▷ 「超」・・・超対称性：物も含む
 - しかし、超対称性を示す実験・観測の証拠はまだない
 - ▷ 重力は自然に含まれる
 - ▷ 数学との不思議な関係
 - 自然を記述していなくてもそれ自体非常に面白い

参考書(1)

- 物理学一般、素粒子

- ▷ 『物理学とは何だろうか(上・下)』朝永振一郎, 岩波新書, 1979
- ▷ 『クォーク』南部陽一郎, 講談社ブルーバックス, 1998(第2版)
- ▷ 『素粒子世界における事実と謎』ヴェルトマン(東島清・東島仁 訳), 培風館, 2007
- ▷ 『重力とは何か』大栗博司, 幻冬舎新書, 2012
- ▷ 『強い力と弱い力』大栗博司, 幻冬舎新書, 2013
- ▷ 『大栗先生の超弦理論入門』大栗博司, 講談社ブルーバックス, 2013

参考書(2)

- 特に、ニュートリノ振動
 - ▷ 『ニュートリノで探る宇宙と素粒子』梶田隆章, 平凡社, 2015
 - ▷ 「数学セミナー」2016年3月号, 日本評論社
「2015年ノーベル物理学賞」という解説記事(安田修)がある。

重力のはなし

- 19世紀以前
 - ▷ ガリレオ、ケプラー、ニュートン
- ニュートンの万有引力の法則
 - ▷ 二つの物体の間に引力が働く
 - ▷ 引力の大きさは、それぞれの物体の質量に比例
 - ▷ 物体間の距離の2乗に反比例
- 式で書くと...

ニュートンの万有引力の法則

$$F(r) = -G \frac{mM}{r^2} \quad \text{重力}$$

$$= -m \frac{d\phi(r)}{dr}$$

$$\phi(r) = -\frac{GM}{r} \quad \text{重力ポテンシャル}$$

$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$: 万有引力定数

具体例(万有引力の大きさ)

M : 太陽; $M = M_{\odot} = 2.0 \times 10^{30}$ kg

m : 地球; $m = M_{\oplus} = 6.0 \times 10^{24}$ kg

r : 1 天文単位; $r = 1 \text{ AU} = 1.5 \times 10^{11}$ m

なら、 $F = 3.6 \times 10^{22}$ N = 3.6×10^{21} kg 重

M, m : 人間; $M = m = 73$ kg, $r = 1$ m

なら、 $F = 3.6 \times 10^{-7}$ N = 3.6×10^{-8} kg 重 = $36 \mu\text{g}$ 重

重力の強さを比べる

- 太陽の周りの重力場は強いのか、弱いのか
- 脱出速度(第2宇宙速度)

$$\frac{1}{2}mv_e^2 = G\frac{mM}{R} \quad M: \text{天体の質量}, \quad R: \text{天体の半径}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\epsilon = \frac{v_e^2}{c^2} \quad \text{これを 1 と比べる}$$

$v_e = c$ とおいたときの半径

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = 3 \text{ km} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) : \text{シュヴァルツシルト半径}$$

具体例(重力場の強さ)

$$\text{地球} : M = 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}, R = 6.4 \times 10^3 \text{ km}, \\ \epsilon = 1.4 \times 10^{-9}$$

$$\text{太陽} : M = 2.0 \times 10^{30} \text{ kg}, R = 7.0 \times 10^5 \text{ km}, \\ \epsilon = 4.3 \times 10^{-6}$$

$$\text{中性子星} : M = 2.4\text{--}4 \times 10^{30} \text{ kg}, R = 10\text{--}15 \text{ km}, \\ \epsilon = 0.3\text{--}0.4$$

$$\text{宇宙} : M = 5 \times 10^{55} \text{ kg}, R = 10^{23} \text{ km}, \epsilon \approx 1$$

$$\text{ブラックホール} : \epsilon \geq 1$$

われわれはブラックホールの中に住んでいる！

一般相対性理論

- アインシュタイン方程式

- ▷ 時空のゆがみ = エネルギー・運動量の分布

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu}$$

10 個の関数 $g_{\mu\nu}(x)$ (計量テンソル) についての
10 本の連立非線型偏微分方程式

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

ゆがみがないときは $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$

(ピタゴラスの定理 (の 4 次元時空への拡張版))

すなわち $-g_{00} = g_{11} = g_{22} = g_{33} = 1$, 他は 0

アインシュタイン方程式

$G_{\mu\nu}$: アインシュタインテンソル

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R$$

$T_{\mu\nu}$: エネルギー・運動量テンソル

$$\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$$

アインシュタイン方程式

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

リーマン幾何学

R : スカラー曲率 $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$

$R_{\mu\nu}$: リッチテンソル $R_{\mu\nu} = R^{\lambda}_{\mu\lambda\nu}$

$R^{\lambda}_{\sigma\mu\nu}$: リーマンの曲率テンソル

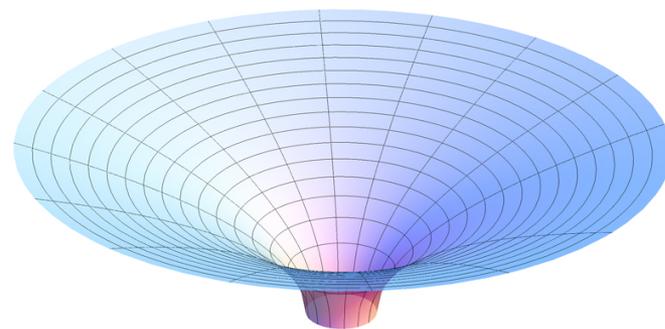
$$R^{\lambda}_{\sigma\mu\nu} = \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\nu\sigma}}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial \Gamma^{\lambda}_{\mu\sigma}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma^{\lambda}_{\mu\alpha} \Gamma^{\alpha}_{\nu\sigma} - \Gamma^{\lambda}_{\nu\alpha} \Gamma^{\alpha}_{\mu\sigma}$$

$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta}$: クリストッフエル記号

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\beta\nu}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\nu}} \right)$$

アインシュタイン方程式の解

- 弱い重力場（線型近似）
 - ▷ ニュートンの万有引力に一致
 - ▷ 光速で伝わる波（重力波）
- 厳密解
 - ▷ シュヴァルツシルト解



$$ds^2 = - \left(1 - \frac{R_s}{r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - R_s/r} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} = 3 \text{ km} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) : \text{シュヴァルツシルト半径}$$

応用例: GPS (1)

- 地球を原点とするシュヴァルツシルト解

$$d\tau^2 = -ds^2/c^2$$
$$= \left(1 - \frac{2GM_{\oplus}}{rc^2}\right) dt^2 - \frac{dr^2/c^2}{1 - \frac{2GM_{\oplus}}{rc^2}} - \frac{r^2}{c^2}(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

$d\tau$: 固有時間

dt : 無限遠の観測者が測定する時間

dt_{\oplus} : 地球 (半径 r_{\oplus}) の赤道上に静止している観測者が測定する時間

dt_{GPS} : 地球の中心から r_{GPS} だけ離れた軌道を角速度 ω_{GPS} で公転している衛星が測定する時間

応用例: GPS (2)

$$\begin{aligned} dt_{\oplus}^2 &= \left(1 - \frac{2GM_{\oplus}}{r_{\oplus}c^2} - \frac{r_{\oplus}^2}{c^2} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 \right) dt^2 \\ &= \left(1 - \frac{2GM_{\oplus}}{r_{\oplus}c^2} - \frac{r_{\oplus}^2\omega_{\oplus}^2}{c^2} \right) dt^2 \\ dt_{\text{GPS}}^2 &= \left(1 - \frac{2GM_{\oplus}}{r_{\text{GPS}}c^2} - \frac{r_{\text{GPS}}^2\omega_{\text{GPS}}^2}{c^2} \right) dt^2 \\ \frac{dt_{\oplus}}{dt_{\text{GPS}}} &\approx 1 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{GM_{\oplus}}{r_{\text{GPS}}} + \frac{r_{\text{GPS}}^2\omega_{\text{GPS}}^2}{2} - \frac{GM_{\oplus}}{r_{\oplus}} - \frac{r_{\oplus}^2\omega_{\oplus}^2}{2} \right) \end{aligned}$$

応用例: GPS (3)

- 実際の値を代入

$$\frac{dt_{\oplus}}{dt_{\text{GPS}}} - 1 \approx -7.9 \times 10^{-10}$$

1 日 (= 86400 秒) あたりでは、 $7.9 \times 10^{-10} \times 86400 \text{ s} \approx 68 \mu\text{s}$ だけ地上の時計が GPS の時計に比べて遅れる。

距離に換算するには $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ をかければよい。1 日あたりのずれは約 20 km になる。

重力・相対論関連の参考書(1)

- 『相対論の意味』矢野健太郎 訳, 岩波文庫, 2015 (岩波書店, 1958, の文庫化)
 - ▷ アインシュタイン自身による相対論の解説。
- 『相対性理論入門』内山龍雄, 岩波新書, 1978
 - ▷ 「この本は、最後まで落着いて読破しようという熱意と忍耐力さえあれば、相対性理論がどんなものかが必ずわかるという得難い入門書である。」
(「はしがき」の冒頭)

重力・相対論関連の参考書(2)

- 『リーマン幾何学と相対性理論』岡部洋一, プレアデス出版, 2014
- 『一般相対論入門』須藤靖, 日本評論社, 2005
- 『もうひとつの一般相対論入門』須藤靖, 日本評論社, 2010
 - ▷ いずれも丁寧な入門書。数式の展開も初歩から書いてある。一番下が今回のGPSの話の種本。

重力・相対論関連の参考書(3)

- 『重力とは何か』大栗博司, 幻冬舎新書, 2012
- 『ブラックホール・膨張宇宙・重力波』真貝寿明, 光文社新書, 2015
 - ▷ いずれも最新の内容を含む一般向けの解説。
- 『一般相対論の世界を探る』柴田大, UT Physics 3, 東京大学出版会, 2007
 - ▷ 副題は「重力波と数値相対論」。専門外でも読めるように書いてあり、難しい数式はほとんど使っていない。

放送大学の関連科目(1)

新年度(4月～)の科目

- 放送授業(導入科目)
 - ▷ 初歩からの物理('16)
 - ▷ 物理の世界('11)
 - ▷ 宇宙を読み解く('13)

それぞれ素粒子や宇宙についての講義を含む。

放送大学の関連科目(2)

- 放送授業(専門科目)
 - ▷ 力と運動の物理('13)
 - 古典力学(解析力学を含む)
 - ▷ 場と時間空間の物理('14)
 - 電磁気学と相対性理論(特殊・一般)
 - ▷ 量子と統計の物理('15)
 - 量子力学、統計力学、場の量子論
 - ▷ エントロピーからはじめる熱力学('16)
 - ▷ 物理演習('16)(オンライン授業)
 - ▷ 宇宙とその進化('15)

放送大学の関連科目(3)

- 面接授業(東京文京学習センター)
 - ▷ 小さな素粒子、大きな宇宙
 - ▷ 力学の基礎演習
 - ▷ 相対論の基本仮定
 - ▷ 印象派物理学概論
 - ▷ 超伝導の物理
 - ▷ 基礎からの数学物理学演習1
 - ▷ (後期に予定)基礎からの電磁気学演習1

ご清聴ありがとうございました！